Глава 4

ОСНОВЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

4.1. Законы электродинамики и механический принцип относительности

1°. Скорость c света в вакууме в соответствии с классическим законом сложения скоростей (I.2.7.2°) должна быть различной в разных инерциальных системах отсчета (I.2.1.3°), изображенных на рис. V.4.1. Если в системе

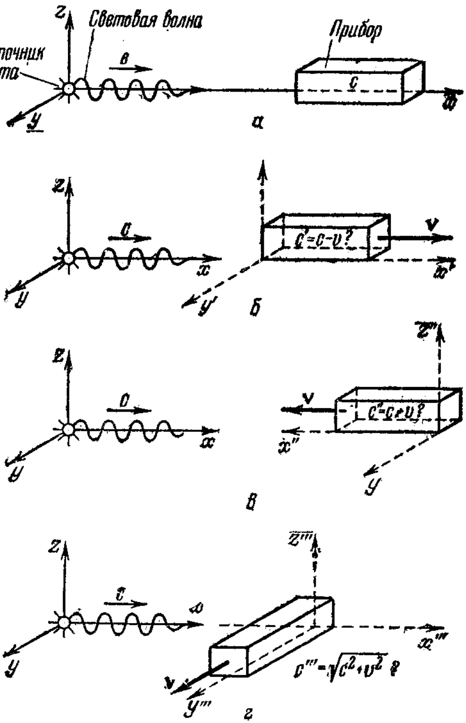

Рис. V.4.1

xyz, связанной с источником света, она равна c (рис. V.4.1,*а*), то в системе $x'y'z'$, движущейся относительно xyz, как указано на рис. V.4.1, *б*, скорость света в вакууме должна быть $c'=c-v$. Соответственно в системах $x''y''z''$ и $x'''y'''z'''$, движущихся относительно xyz так, как показано на рис. V.4.1, *в* и V.4.1, *г*, скорость света в вакууме должна была бы быть равной

$$c'' = c + v \quad \text{и} \quad c''' = \sqrt{c^2 + v^2}.$$

2°. Вывод о возможности различных значений скорости света в вакууме в разных инерциальных системах отсчета означает, что в электродинамике должно нарушаться важнейшее положение механики Ньютона — механический принцип относительности Галилея — Ньютона (I.2.7.5°). Другое предположение о том, что механический принцип относительности имеет универсальную применимость, но неверной является вся система законов электродинамики и оптики *), находится в резком противоречии с огромным числом опытов, получивших свое объяснение на основе этих законов.

3°. Большое число опытов, поставленных с очень высокой точностью, имевших целью обнаружить зависимость скорости света c от движения системы отсчета по отношению к источнику, дали отрицательный результат. Во всех инерциальных системах отсчета, независимо от величины и направления скорости их движения, скорость света c оказалась одинаковой и равной значению этой скорости в системе отсчета, связанной с источником (п. 1°):

$$c' = c'' = c''' = c.$$

4.2. Постулаты специальной теории относительности

1°. *Специальная* (*частная* **)) *теория относительности* (СТО), иначе называемая *релятивистской теорией* ***), основывается на двух постулатах.

Первый постулат — *принцип относительности*: в любых инерциальных системах отсчета все физические явления (механические, электромагнитные и др.) при одних и тех же условиях протекают одинаково. С помощью любых

---

*) Сведения об этих законах приведены в отделах IV и V данного справочного руководства.

**) Помимо специальной (частной) теории относительности Эйнштейном создана общая теория относительности, сведения о которой далеко выходят за рамки элементарного курса физики и данного справочного руководства.

***) От латинского слова «relativus» — относительный.

опытов, проведенных в замкнутой системе тел, нельзя обнаружить, покоится эта система или движется равномерно и прямолинейно.

Принцип относительности является обобщением механического принципа относительности на все явления физики, в частности на электромагнитные.

Второй постулат — *принцип постоянства скорости света*: во всех инерциальных системах отсчета скорость света в вакууме одинакова и не зависит от скорости движения источника света.

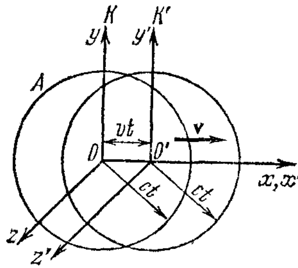

Рис. V.4.2

По первому постулату СТО законы электродинамики и оптики справедливы во всех инерциальных системах отсчета. Поэтому все опыты, ставившиеся с целью обнаружить влияние движения Земли по орбите на закономерности электромагнитных явлений, постоянно приводили к отрицательному результату.

2°. Постулаты СТО находятся в очевидном противоречии с теми представлениями о пространстве и времени, которые сложились в механике Ньютона. Это видно из примера, приведенного на рис. V.4.2. Инерциальная система отсчета K' (x', y', z') с центром O', совпадающим при $t=0$ с центром O системы $K(x, y, z)$, движется относительно неподвижной системы K, как показано на рисунке. При $t=0$ в центре O в точечном источнике света (V.1.6.3°) произошла вспышка света. К моменту $t>0$ сферический фронт волны (IV.3.1.5°) достигнет в системе K сферы A с радиусом $r=ct$. Но с тем же правом можно считать, что вспышка произошла в источнике в точке O' системы K', когда точки O и O' совпадали. По второму постулату световая волна должна распространяться относительно системы K' точно так же, как относительно системы K, ибо скорость света c не зависит от скорости $\mathbf{v}$ движения источника — точки O'. По первому постулату системы K и K' совершенно равноправны и в движущейся системе K' свет должен распространяться так же, как и в неподвижной системе. Следовательно, ко времени t фронт волны, испущенной из точки O', должен быть сферой того же радиуса ct с центром в точке O'. Но центр O' этой сферы за время t удалится от центра O системы K на расстояние vt. Возникает ситуация, противоречащая здравому смыслу: за время t сферическая волна достигает сферы определенного радиуса $r=ct$, центр которой одновременно находится в двух различных точках O и O'.

4.3. Понятие о длине тела

1°. Смысл противоречия, отмеченного в V.4.2.2°, Эйнштейн усмотрел в ограниченности представлений о свойствах пространства и времени в механике Ньютона, которые считались «само собой разумеющимися». В СТО эти представления подвергнуты серьезному пересмотру.

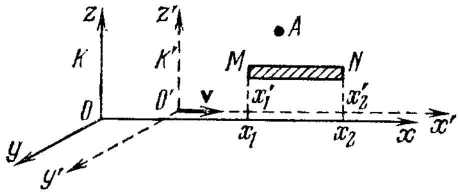

Рис. V.4.3

При использовании в физике двух основных понятий — длины и времени — указываются способы однозначного измерения длины и промежутков времени. Измерение длины l_0 стержня производится сравнением ее с длиной эталонного тела, которая, *по определению*, считается равной единице длины. Этот способ измерения длины легко осуществляется, если стержень и масштабная линейка неподвижны в системе K, где проводится измерение. Если измерение длины производится в системе отсчета K', *движущейся вместе с масштабной линейкой*, являющейся эталоном длины в этой системе, то длина стержня l'_0 будет совпадать с l_0: $l'_0=l_0$. Если бы это было не так, если бы, например, оказалось, что $l'_0>l_0$, то в силу равноправности систем K и K', можно было бы считать, что система K' неподвижна, а система K движется относительно K' со скоростью $-\mathbf{v}$. Тогда, в силу сделанного выше предположения, оказалось бы, что $l_0>l'_0$. Два неравенства $l'_0>l_0$ и $l_0>l'_0$ противоречивы, и, следовательно, $l'_0=l_0$.

2°. Длину стержня, движущегося вместе с системой отсчета K' и расположенного вдоль оси $O'x'$ (рис. V.4.3), можно измерить масштабной линейкой, находящейся в неподвижной системе K. Для этого координаты x_1 и x_2 начала M и конца N движущегося стержня надо измерить в произвольный, но один и тот же момент времени (V.4.4.2°). Длина стержня будет $l=x_2-x_1$ (рис. V.4.3). В движущейся системе K' координаты концов стержня будут соответственно x_1' и x_2' и длина стержня, неподвижного в системе K', будет $l_0=x_2'-x_1'$.

В механике Ньютона из преобразований Галилея (I.2.7.1°) следует, что $x_2'-x_1'=x_2-x_1$ и поэтому $l=l_0$. В СТО этот вопрос решается иначе (V.4.7.2°).

4.4. Одновременность событий. Синхронизация часов

1°. Измерение времени производится эталоном, в качестве которого используется периодический процесс (качание маятника, движение стрелки часов по циферблату и т. п.). Измерение времени связано с понятием *одновременности двух событий*.

Событием называется любое явление, происходящее в данном месте с координатами x, y, z в некоторый момент времени t. Два или несколько событий называются *одновременными*, если они происходят в один и тот же момент времени t. Для двух событий, происходящих в одном и том же месте, одновременность устанавливается по показанию часов, установленных в том месте, где события происходят.

В механике Ньютона время рассматривалось абсолютным, считалось, что оно, как писал Ньютон, «течет одинаково, безотносительно к чему-либо внешнему». «Длительность, или возраст существования вещей остается одним и тем же, независимо от того, быстры движения или медленны или их нет вообще». Одновременность двух событий, происходящих и в одной и в разных точках пространства, считалась в механике Ньютона понятием очевидным, не нуждающимся в указании того, как должна быть обнаружена одновременность.

2°. Для обнаружения одновременности двух событий, происходящих в разных точках A и B пространства, в этих точках должны быть установлены часы которые идут *синхронно друг с другом*. Часы, установленные в A и B, будут синхронными, если в момент, когда часы в точке A показывают время t_1, часы в точке B показывают время $t_2=t_1+r/c$ и идут одинаково быстро с часами в точке A. Одинаковость хода часов можно проверить на опыте, если посылать сигнал из точки A через определенные равные промежутки времени и отмечать по вторым часам, установленным в B, промежутки времени между моментами прихода сигналов в точку B.

3°. Проверить одинаковость показаний часов в A и B было бы очень просто с помощью сигнала, распространяющегося из A в B мгновенно. Отсутствие в природе таких сигналов означает, что вопрос об одинаковости показаний двух часов, расположенных в разных точках, может быть решен с помощью *синхронизации часов*. Пусть по часам в точке A световой сигнал отправляется в момент времени t_1 и после отражения в точке B вновь возвращается в точку A в момент времени t_2. Часы в точке B считаются синхронными с часами в точке A, если они идут одинаково быстро, и в момент прихода сигнала в точку B часы в точке B показывают время

$$t=\frac{t_1+t_2}{2}.$$

4°. Выбор светового сигнала в вакууме в качестве физического процесса для синхронизации часов определяется тем, что скорость любого сигнала в природе не может превосходить скорости света c в вакууме. *Предельный характер скорости света c* не является постулатом СТО, однако он играет такую же роль, как постулаты СТО, и подтверждается многочисленными экспериментами. Синхронизация часов, находящихся в различных точках пространства, позволяет осуществить *хронометризацию системы отсчета*: каждому событию соответствует вполне определенный момент времени t, независимо от места расположения точки, в которой событие происходит.

4.5. Относительность одновременности событий

1°. Из преобразований Галилея (I.2.7.1°) следует, что если два события происходят в системе K в моменты времени t_1 и t_2, а в системе K' (рис. V.4.2) соответственно в моменты времени t_1' и t_2', то поскольку $t=t'$, промежуток времени между двумя событиями одинаков в обеих системах отсчета

$$\Delta t=t_2-t_1=t_2'-t_1'=\Delta t'.$$

Одновременность двух событий в механике Ньютона абсолютна и не зависит от системы отсчета (I.1.1.3°): если $\Delta t=0$, то и $\Delta t'=0$.

2°. В СТО одновременность двух событий, происходящих в разных точках пространства, относительна: события, одновременные в одной инерциальной системе отсчета, не одновременны в других инерциальных системах, движущихся относительно первой.

На рис. V.4.4 рассмотрена схема эксперимента, который это иллюстрирует. Система отсчета K связана с Землей, система K' — с вагоном, движущимся относительно Земли прямолинейно и равномерно со скоростью $\mathbf{v}$. На Земле и в вагоне отмечены точки A, M и B и соответственно A', M' и B', причем $AM=MB$ и $A'M'=M'B'$. В момент,

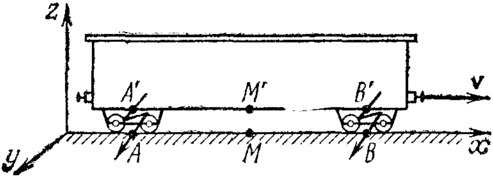

Рис. V.4.4

когда точки, отмеченные на Земле и в вагоне, совпадают, в точках A и B происходят события — ударяют две молнии. В системе K сигналы от обеих вспышек придут в точку M одновременно, ибо $AM=MB$ и скорость света одинакова во всех направлениях. Следовательно, события в точках A и B произошли одновременно. В системе K', связанной с вагоном, сигнал из точки B' придет в точку M' раньше, чем из точки A', ибо скорость света одинакова во всех направлениях, но M' движется навстречу сигналу, испущенному из точки B', и удаляется от сигнала, испущенного из точки A'. Следовательно, события в точках A' и B' не одновременны: событие в точке B' произошло раньше, чем в точке A'. Если бы вагон двигался в противоположную сторону, получился бы обратный результат: событие в точке B' произошло бы позже, чем в точке A'.

3°. Понятие одновременности пространственно разделенных событий относительно. Из постулатов теории относительности и существования конечной скорости распространения сигналов следует, что в разных инерциальных системах отсчета время протекает по-разному. Это разрешает противоречие с расположением фронтов сферических волн, отмеченное в V.4.2.2°. Свет одновременно достигает точек сферической поверхности с центром в точке O с точки зрения наблюдателя, неподвижного в системе K. С точки зрения наблюдателя, связанного с системой K', свет достигает точек сферической поверхности в различные моменты времени и парадокса с центрами сфер нет.

4.6. Преобразования Лоренца

1°. В соответствии с двумя постулатами специальной теории относительности (V.4.2.1°) между координатами и временем в двух инерциальных системах K и K' существуют соотношения, которые называются *преобразованиями Лоренца.*

2°. В простейшем случае, когда система K' движется относительно системы K со скоростью $\mathbf{v}$ так, как показано на рис. V.4.3, преобразования Лоренца для координат и времени имеют следующий вид:

$$x'=\frac{x-vt}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, \quad y'=y, \quad z'=z, \quad t'=\frac{t-\frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-v^2/c^2}},$$

$$x=\frac{x'+vt'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, \quad y=y', \quad z=z', \quad t=\frac{t'+\frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}.$$

3°. Из преобразований Лоренца вытекает тесная связь между пространственными и временными координатами в СТО; не только пространственные координаты зависят от времени (как в преобразовании Галилея (I.2.7.1°)), но и время в обеих системах отсчета зависит от пространственных координат, а также от скорости v движения системы отсчета K'.

4°. Преобразования Лоренца переходят в преобразования Галилея при условии $v/c \ll 1$. В этом случае

$$x'=x-vt, \quad y'=y, \quad z'=z, \quad t'=t,$$
$$x=x'+vt, \quad y=y', \quad z=z', \quad t=t'.$$

Переход формул СТО в формулы кинематики при условии $v/c \ll 1$ является проверкой справедливости формул СТО.

5°. Принцип относительности (V.4.2.1°) может быть сформулирован с учетом преобразований Лоренца следующим образом. Все законы физики, описывающие любые физические явления, должны во всех инерциальных системах отсчета иметь одинаковый вид. Это означает, что при переходе от одной инерциальной системы отсчета K к другой системе K' с помощью преобразований Лоренца законы физики должны сохранять свою форму. Этот вывод называется *релятивистской инвариантностью* *) (*лоренц-инвариантностью*) законов физики.

---

*) От французского слова «invariant» — неизменяющийся.

4.7. Относительность длин (расстояний)

1°. Из преобразований Лоренца для координат x и x' и времени t и t' следует, что $v/c \leqslant 1$. В противном случае эти координаты и времена окажутся мнимыми. Скорость $\mathbf{v}$ относительного движения двух инерциальных систем отсчета не может превосходить скорости света в вакууме.

2°. Пусть стержень MN движется вместе с системой отсчета K' относительно системы K так, как показано на рис. V.4.3. Длина стержня в системе K' равна (V.4.3.2°)

$$l_0 = x_2' - x_1'.$$

Длина тела в системе отсчета, где оно покоится (l_0), называется *собственной длиной*. Для определения длины l движущегося стержня в системе K необходимо найти координаты x_2 и x_1 точек N и M конца и начала стержня в один и тот же момент времени t по часам в системе K:

$$l = x_2(t) - x_1(t).$$

Из преобразований Лоренца следует, что

$$x_2(t) - x_1(t) = (x_2' - x_1')\sqrt{1 - v^2/c^2}, \quad \text{или} \quad l = l_0\sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

Длина тела зависит от скорости его движения. Собственная длина тела является его наибольшей длиной. Линейный размер тела, движущегося относительно инерциальной системы отсчета, уменьшается в направлении движения в $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ раз (*лоренцево сокращение длины*). Из преобразований Лоренца следует также, что

$$y_2' - y_1' = y_2 - y_1 \quad \text{и} \quad z_2 - z_1' = z_2 - z_1,$$

т. е. поперечные размеры тела не зависят от скорости его движения и одинаковы во всех инерциальных системах отсчета.

3°. Лоренцево сокращение длины не является кажущимся. Оно подчеркивает, что длина тела является относительной и зависит от скорости движения тела в данной системе отсчета K. Однако эта зависимость может сказаться лишь при таких скоростях, при которых v^2/c^2 заметно влияет на величину $\sqrt{1 - v^2/c^2}$, т. е. при скоростях v, близких к скорости света. Такие скорости для макроскопических тел реально недостижимы, и лоренцово сокращение не обнаруживается экспериментально.

4°. Лоренцево сокращение длины является кинематическим эффектом специальной теории относительности и не связано с действием каких-либо сил, «сдавливающих» стержень вдоль его длины. Из лоренцева сокращения следует, что никакое тело не может двигаться в пространстве со скоростью $v \geqslant c$. В противном случае это означало бы, что длина тела является мнимой величиной или обращается в нуль.

4.8. Относительность промежутков времени

1°. *Длительностью* (*промежутком времени*) между двумя событиями называется время, прошедшее между этими событиями, измеренное часами, расположенными в данной системе отсчета. Пусть в точке A, неподвижной относительно системы K', в моменты времени t'_1 и t'_2 произошли два события. Например, качающийся маятник дважды прошел через положение равновесия. Промежуток времени τ_0 между этими событиями будет $\tau_0 = t'_2 - t'_1$.

2°. Время, измеряемое в системе отсчета, где точка A неподвижна, называется *собственным временем*. Собственное время отсчитывается по часам, движущимся вместе с системой отсчета. В системе K, относительно которой система K' движется (рис. V.4.3), промежуток времени τ между событиями, происшедшими в точке A, будет $\tau = t_2 - t_1$, где время отсчитано по часам в системе K. Из преобразования Лоренца для времени (V.4.6.2°)

$$t'_2 = \frac{t_2 - \frac{v}{c^2} x_2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad \text{и} \quad t'_1 = \frac{t_1 - \frac{v}{c^2} x_1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

следует, что

$$\tau_0 = t'_2 - t'_1 = \frac{(t_2 - t_1) - \frac{v}{c^2}(x_2 - x_1)}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{\tau - \frac{v}{c^2}(x_2 - x_1)}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Но $x_2 - x_1$ есть смещение точки A вдоль оси Ox системы K за время τ между событиями. Поэтому

$$x_2 - x_1 = v\tau \quad \text{и} \quad \tau_0 = \tau\sqrt{1 - v^2/c^2},$$

т. е.

$$\tau_0 < \tau, \text{ или } \tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

3°. Длительность явления, происходящего в некоторой точке пространства, будет наименьшей в той инерциальной системе отсчета, относительно которой эта точка неподвижна. Это означает, что часы, движущиеся относительно инерциальной системы отсчета, идут медленнее неподвижных часов и показывают меньший промежуток времени между событиями (*релятивистское замедление времени*). Кинематический эффект замедления хода часов становится заметным лишь при скоростях v движения, близких к скорости света c в вакууме, когда член v^2/c^2 в формулах п. 2° оказывает заметное влияние.

4°. Релятивистское замедление времени экспериментально подтверждено в экспериментах с распадом мюонов (VI.5.2.1°) — нестабильных, самопроизвольно распадающихся элементарных частиц. Среднее собственное время жизни τ_0 мюона, т. е. время его жизни, отсчитанное по часам, движущимся вместе с ним, равно $\tau_0=2{,}2\cdot10^{-6}$ секунд. Если бы не было замедления времени, то мюон, возникший в верхних слоях атмосферы и движущийся к Земле со скоростью v, близкой к c, проходил бы в атмосфере небольшое расстояние s, равное приблизительно $s\approx c\tau_0=$ $=660$ м. Мюон не достигал бы поверхности Земли. Однако приборы регистрируют такие частицы. Формулы п. 2° объясняют это противоречие. Время жизни τ мюона для наблюдателя, связанного с Землей (в неподвижной системе отсчета K), будет значительно больше, чем τ_0, именно $\tau=\dfrac{\tau_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$. Оценки показывают, что $\tau\approx10\tau_0$, и мюон проходит в атмосфере расстояние, позволяющее ему достигнуть Земли и быть зарегистрированным прибором.

5°. Релятивистское замедление времени позволяет в принципе осуществить «путешествие в будущее». Пусть космический корабль, движущийся со скоростью **v** относительно Земли, совершает перелет от Земли до звезды и о б р а т н о. Если свет проходит путь от звезды до Земли за время t_0, то $l_0=ct_0$. Продолжительность перелета корабля для земного наблюдателя будет равна

$$\tau=\frac{2l_0}{v}=\frac{2t_0}{\beta}, \quad \text{где} \quad \beta=\frac{v}{c}.$$

Настолько постареют люди на Земле к моменту возвращения космонавтов. По часам, установленным на космическом корабле, полет займет меньше времени: $\tau_0=\dfrac{2t_0}{\beta}\sqrt{1-\beta^2}$.

По принципу относительности (V.4.2.1°) все процессы на космическом корабле, включая старение космонавтов, происходят так же, как и на Земле, но не по земным часам, а по часам, установленным на корабле. Следовательно, к моменту возвращения на Землю космонавты постареют только на время τ_0. Если, например, $t_0=500$ лет и $\beta=0{,}9999$, то формулы для τ и τ_0 дают $\tau=1000{,}1$ года и $\tau_0=14{,}1$ года. Космонавты возвратятся на Землю по земным часам спустя 10 веков после вылета и постареют всего лишь на 14,1 года.

6°. Этот результат является основой для *«парадокса часов»* в специальной теории относительности. Землю можно рассматривать движущейся относительно космического корабля со скоростью **v**. Тогда часы на Земле должны отставать от часов на корабле и продолжительность полета должна быть для космонавтов большей, чем для людей, оставшихся на Земле. Выходит, что после приземления корабля корабельные часы должны одновременно отставать от часов на космодроме и опережать их, что совершенно бессмысленно. Результат сравнения хода времени по двум правильно идущим взаимно неподвижным часам, находящимся в одной и той же точке пространства, должен быть однозначным.

7°. Парадокса часов в действительности не существует. Он возникает из-за неверного применения в п. 6° принципа относительности. Принцип относительности (V.4.2.1°) утверждает физическую равноправность не любых, а лишь инерциальных систем отсчета. Часы на космодроме остаются все время в покое относительно одной и той же инерциальной системы отсчета. Корабельные же часы неподвижны относительно корабля, который не все время является инерциальной системой отсчета. При запуске, облете звезды и приземлении скорость корабля изменяется, а ускоренно движущаяся система отсчета является неинерциальной (I.2.12.1°). Земная и корабельная системы отсчета неравноценны в рамках СТО. Расчет продолжительностей полета τ и τ_0, приведенный в п. 5° с использованием инерциальной (земной) системы отсчета, не должен сравниваться с рассуждениями в п. 6°. Здесь уже нужно пользоваться общей теорией относительности *), где доказывается, что и с точки зрения космонавтов $\tau>\tau_0$.

4.9. Релятивистский закон сложения скоростей

1°. Закон сложения скоростей в механике Ньютона (I.2.7.2°) противоречит постулатам СТО (V.4.2.1°) и заменяется в СТО новым, релятивистским законом сложения

*) См. сноску на стр. 392.

скоростей. *Релятивистским* называется *закон сложения скоростей*, вытекающий из преобразований Лоренца (V.4.6.2°). Этот закон удовлетворяет постулатам СТО и предельному характеру скорости света в вакууме (V.4.4.4°).

2°. Если материальная точка или тело M движется вдоль осей Ox и $O'x'$ в инерциальных системах K и K' и имеет в этих системах скорости, равные соответственно v и v', то

$$v=\frac{v'+V}{1+v'V/c^2},$$

где V — скорость движения системы K' относительно системы K (рис. V.4.5) (*закон сложения скоростей в специальной теории относительности*).

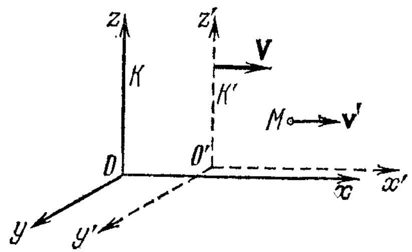

Рис. V.4.5

3°. При $V/c \ll 1$ и $v'/c \ll 1$ и произвольной скорости v релятивистский закон сложения скоростей переходит в закон сложения скоростей механики Ньютона:

$$v=v'+V.$$

4°. Из релятивистского закона сложения скоростей следует, что сумма двух скоростей, меньших или равных c, есть скорость, не бо́льшая c. В частности, если $v'=c$, то $v=c$ при любой скорости V. При $v'=V=c$ получается, что и v равно c (см. также V.4.7.4°).

4.10. Релятивистская динамика. Зависимость массы от скорости

1°. Динамика, основанная на постулатах специальной теории относительности (V.4.2.1°), инвариантная относительно преобразований Лоренца (V.4.6.2°), называется *релятивистской динамикой* *).

2°. Основной закон динамики — второй закон Ньютона (I.2.4.2°) для материальной точки или тела в релятивистской динамике имеет вид

$$\mathbf{F}=\frac{\Delta \mathbf{p}}{\Delta t}$$

*) Такое же определение может быть дано и *релятивистской кинематике*, сведения о которой приведены в предыдущих параграфах этой главы.

Вектор результирующей силы **F**, приложенной к материальной точке (телу), равен изменению вектора импульса **p** тела (или материальной точки) за единицу времени.

3°. Вектор **p** механического импульса (количества движения) в СТО (*релятивистский импульс*), как и в механике Ньютона, пропорционален вектору скорости **v**:

$$\mathbf{p}=\frac{m_0\mathbf{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}=m\mathbf{v}, \quad \text{где} \quad m=\frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

называется *релятивистской массой* тела (материальной точки).

4°. Из выражения для релятивистской массы видно, что масса тела зависит от скорости его движения. Масса тела m_0, неподвижного в данной системе отсчета, называется *массой покоя (собственной массой)*. На рис. V.4.6 приведен график зависимости отношения m/m_0 от отношения v/c. Из графика и формул п. 3° видно, что если $m_0 \neq 0$, то $m \to \infty$ и $p \to \infty$ при $v \to c$. Отсюда следует, что ни одна частица (или тело) с отличной от нуля массой покоя не может двигаться со скоростью, равной скорости света в вакууме. Частицы с массой покоя, не равной нулю ($m_0 \neq 0$), движущиеся с такими большими скоростями v, что членом v^2/c^2 в формулах п. 3° нельзя пренебрегать, называются *релятивистскими частицами*. Скорость v, бо́льшая c, приводит для обычных частиц к мнимой массе и мнимому импульсу, что физически бессмысленно. Зависимость массы от скорости начинает сказываться лишь при скоростях, весьма близких к c (рис. V.4.6). Формулы п. 3° неприменимы к фотону (V.5.1.2°), у которого отсутствует масса покоя ($m_0=0$). Фотон всегда движется со скоростью, равной скорости света в вакууме, и является *ультрарелятивистской частицей*. Однако отсюда не следует постоянство скорости света во всех веществах (V.2.1.5°).

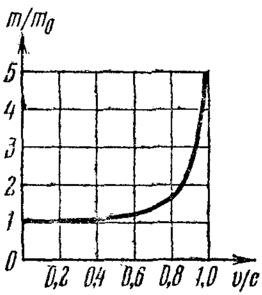

Рис. V.4.6

5°. При $v/c \ll 1$ выражение для импульса переходит в то, которое используется в механике Ньютона (I.2.3.5°):

$$\mathbf{p}=m\mathbf{v},$$

где под m понимается масса покоя ($m=m_0$), ибо при $v/c \ll 1$ различие m и m_0 несущественно.

4.11. Закон взаимосвязи массы и энергии

1°. Полная энергия E тела (или частицы) пропорциональна релятивистской массе m (V.4.10.3°) (*закон взаимосвязи массы и энергии*):

$$E = mc^2,$$

где c — скорость света в вакууме. Релятивистская масса зависит от скорости v, с которой тело (частица) движется в данной системе отсчета. Поэтому полная энергия различна в разных системах отсчета *).

2°. Наименьшей энергией E_0 тело (частица) обладает в системе отсчета, относительно которой оно покоится ($v=0$). Энергия E_0 называется *собственной энергией* или *энергией покоя тела* (частицы):

$$E_0 = m_0 c^2.$$

Энергия покоя тела является его внутренней энергией (II.4.1.2°). Она состоит из суммы энергий покоя всех частиц тела $\sum\limits_i m_{0i}c^2$, кинетической энергии всех частиц относительно общего центра масс (I.2.3.4°) и потенциальной энергии их взаимодействия. Поэтому

$$m_0 c^2 \neq \sum_i m_{0i} c^2 \quad \text{и} \quad m_0 \neq \sum_i m_{0i},$$

где m_{0i} — масса покоя i-й частицы.

В релятивистской механике несправедлив закон сохранения массы покоя. Например, масса покоя m_0 атомного ядра меньше, чем сумма собственных масс частиц, входящих в ядро (см. также VI.4.2.3°). Наоборот, масса m_0 покоя частицы, способной к самопроизвольному распаду, больше суммы собственных масс продуктов распада m_{01} и m_{02}:

$$m_0 > m_{01} + m_{02}$$

(см. распад нейтрона (VI.4.7.7°)).

3°. Несохранение массы покоя не означает нарушения закона сохранения массы вообще. В теории относительности справедлив закон сохранения релятивистской массы (V.4.10.3°). Он вытекает из формулы закона взаимосвязи массы и энергии $E=mc^2$ (п. 1°). В изолированной системе тел (I.2.2.5°) сохраняется полная энергия (I.5.4.1°). Следовательно, сохраняется и релятивистская масса. В теории

*) Тело (или частица) не находится в силовом поле.

относительности законы сохранения энергии и релятивистской массы взаимосвязаны и представляют собой единый закон сохранения массы и энергии. Однако из этого закона отнюдь не следует возможность преобразования массы в энергию и обратно. Масса и энергия представляют собой два качественно различных свойства материи, отнюдь не «эквивалентных» друг другу. Ни один из известных опытных фактов не дает оснований для вывода о «переходе массы в энергию». Превращение энергии системы из одной формы в другую сопровождается превращением массы. Например, в явлении рождения и уничтожения пары электрон — позитрон (VI.5.3.2°), в полном соответствии с законом сохранения релятивистской массы и энергии, масса не переходит в энергию. Масса покоя частиц (электрона и позитрона) преобразуется в массу фотонов (V.5.1.2°), т. е. в массу электромагнитного поля.

4°. Кинетическая энергия $\mathscr{E}$ свободного тела (частицы) (I.5.3.3°) представляет собой разность между полной энергией тела E и энергией покоя E_0:

$$\mathscr{E}=E-E_0=(m-m_0)c^2=mc^2\left(1-\frac{m_0}{m}\right)=$$
$$=mc^2\left(1-\sqrt{1-v^2/c^2}\right)=\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\left(1-\sqrt{1-v^2/c^2}\right),$$

или, иначе:

$$\mathscr{E}=\frac{mv^2}{1+\sqrt{1-v^2/c^2}}=\frac{p^2}{m\left(1+\sqrt{1-v^2/c^2}\right)},$$

где $\mathbf{p}=m\mathbf{v}$ — релятивистский импульс (V.4.10.3°). При условии $v^2/c^2\ll 1$ получается формула для вычисления кинетической энергии в ньютоновской механике (I.5.3.3°):

$$\mathscr{E}=\frac{mv^2}{2}=\frac{p^2}{2m}.$$

При скоростях, много меньших скорости света в вакууме, кинетическая энергия $\mathscr{E}$ тела значительно меньше, чем энергия покоя E_0:

$$\frac{\mathscr{E}}{E_0}=\frac{v^2}{2c^2}\ll 1.$$

Например, при скорости $v=3\cdot 10^5$ м/с, которая в 10 раз превышает скорость Земли на орбите,

$$\frac{\mathscr{E}}{E_0}=5\cdot 10^{-7}=5\cdot 10^{-5}\,\%.$$

У релятивистских частиц (V.4.10.4°) кинетическая энергия значительно превышает энергию покоя. Например, в современных синхрофазотронах (VI.4.16.7°) протоны разгоняются до скоростей, отличающихся от c на 0,05%, т. е. $v=0{,}9995\ c$. В этих условиях

$$\frac{\mathscr{E}}{E_0}=\frac{(m-m_0)\,c^2}{m_0c^2}=\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}-1\approx 30.$$

Для релятивистских частиц энергией покоя можно пренебречь по сравнению с кинетической энергией $\mathscr{E}$ $(E_0\ll\mathscr{E})$:

$$E=E_0+\mathscr{E}\approx\mathscr{E},\quad \text{т. е.}\quad \mathscr{E}\approx E=mc^2.$$

5°. Между полной энергией E тела (частицы), энергией покоя E_0 и импульсом p существует *релятивистская связь энергии* и *импульса*:

$$E^2=E_0^2+p^2c^2.$$

Для релятивистских частиц, таких, у которых $E\approx\mathscr{E}$, т. е. $E_0\ll\mathscr{E}$, справедливо соотношение:

$$\mathscr{E}\approx pc.$$

Задача. При какой скорости кинетическая энергия частицы равна ее энергии покоя?

Дано: $\mathscr{E}=E_0$.

Найти: v.

Решение: В релятивистской механике кинетическая энергия частицы $\mathscr{E}=E-E_0$, где E — полная энергия, E_0 — энергия покоя.

Так как $E_0=E-E_0$, то $E=2E_0$, или $mc^2=2m_0c^2$, где $m=\frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$. Тогда $\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}=2m_0c^2$, или $\sqrt{1-v^2/c^2}=$ $=1/2$, откуда

$$v=c\cdot\sqrt{3/4},\quad v=0{,}866c,$$

где c — скорость света в вакууме: $c=3\cdot10^8$ м/с,

$$v=2{,}6\cdot10^8\ \text{м/с}.$$